

Zeichen als Relationen von Einbettungszahlen

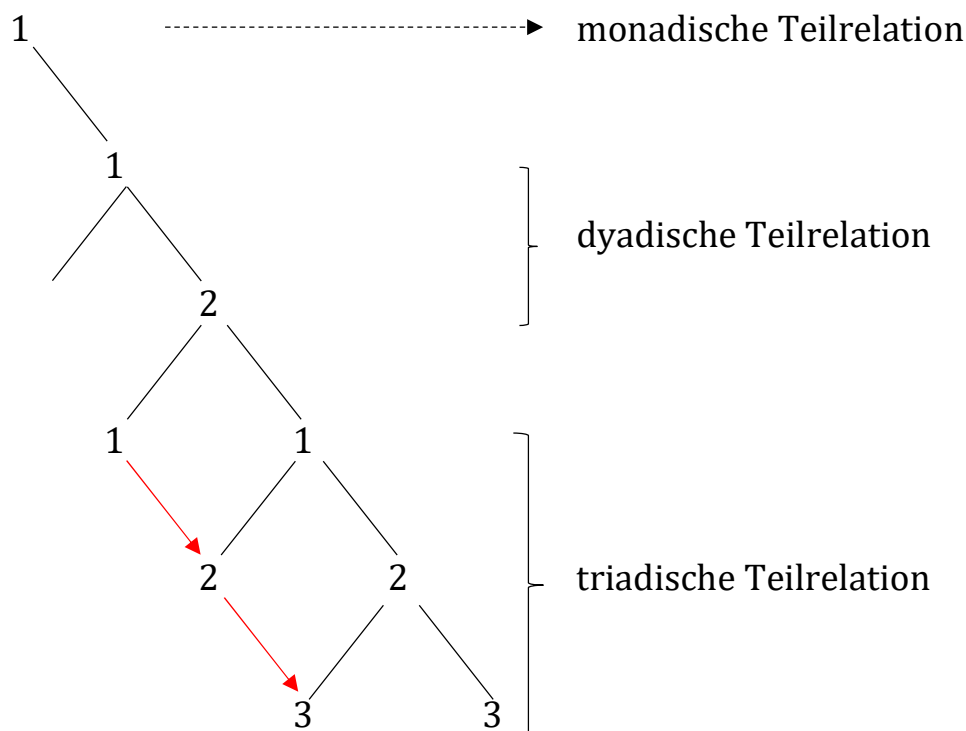
1. Das peircesche Zeichen ist bekanntlich eine triadische Zeichenrelation der Form (vgl. Bense/Walther 1973, S. 120 ff.)

$$Z = (1, 2, 3).$$

Zu den stillschweigenden Annahmen, die mit dieser Definition verbunden sind, gehört sich auch die, daß sich die drei Relata 1, 2 und 3 auf der gleichen Einbettungsstufe befinden. (Diese Annahme gilt im übrigen für sämtliche bekannten Zeichenmodelle vom Altertum bis in die Neuzeit.) Daß dies nicht der Fall ist, entdeckte Bense (1979, S. 53), der die Zeichenrelation als «gestufte Relation über Relationen» definierte

$$Z = (1, 2, 3) = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))).$$

Graphisch läßt sich Z durch



veranschaulichen, so daß wir also 6 Ableitungsstufen entsprechend der OEIS-Folge A002260 vor uns haben. Bezeichnen wir die Ebenen der Einbettungen E_n mit $n \leq 0$, dann können wir die 9 Subzeichen von Benses kleiner semiotischer Matrix (vgl. Bense 1975, S. 37) wie folgt auf Relationalzahlen der Form $R = ((x,y) \subset Z, E_n)$ mit $x, y \in (1, 2, 3)$ abbilden.

Peanozahl		Relationalzahl
(1.1)	→	$(1^0, 1^0), (1^0, 1^{-1}), (1^0, 1^{-3})$ $(1^{-1}, 1^0), (1^{-1}, 1^{-1}), (1^{-1}, 1^{-3})$ $(1^{-3}, 1^0), (1^{-3}, 1^{-1}), (1^{-3}, 1^{-3})$
(1.2)	→	$(1^0, 2^{-2}), (1^0, 2^{-4})$ $(1^{-1}, 2^{-2}), (1^{-1}, 2^{-4})$ $(1^{-3}, 2^{-2}), (1^{-3}, 2^{-4})$
(1.3)	→	$(1^0, 3^{-5})$ $(1^{-1}, 3^{-5})$ $(1^{-3}, 3^{-5})$
(2.1)	→	$(2^{-2}, 1^0), (2^{-2}, 1^{-1}), (2^{-2}, 1^{-3})$ $(2^{-4}, 1^0), (2^{-4}, 1^{-1}), (2^{-4}, 1^{-3})$
(2.2)	→	$(2^{-2}, 2^{-2}), (2^{-2}, 2^{-4})$ $(2^{-4}, 2^{-2}), (2^{-4}, 2^{-4})$
(2.3)	→	$(2^{-2}, 3^{-5})$ $(2^{-4}, 3^{-5})$
(3.1)	→	$(3^{-5}, 1^0), (3^{-5}, 1^{-1}), (3^{-5}, 1^{-3})$
(3.2)	→	$(3^{-5}, 2^{-2}), (3^{-5}, 2^{-4})$
(3.3)	→	$(3^{-5}, 3^{-5})$

Diese Abbildungen sind also rechtsmehrdeutig. Wie man aus der folgenden, weiteren Tabelle ersieht, ist die konverse Abbildung der Einbettungszahlen auf die Peircezahlen injektiv (vgl. Toth 2021).

$(0, 0)$	→	(1.1)	$(-1, 0)$	→	(1.1)
$(0, -1)$	→	(1.1)	$(-1, -1)$	→	(1.1)
$(0, -2)$	→	(1.2)	$(-1, -2)$	→	(1.2)
$(0, -3)$	→	(1.1)	$(-1, -3)$	→	(1.1)
$(0, -4)$	→	(1.2)	$(-1, -4)$	→	(1.2)
$(0, -5)$	→	(1.3)	$(-1, -5)$	→	(1.3)

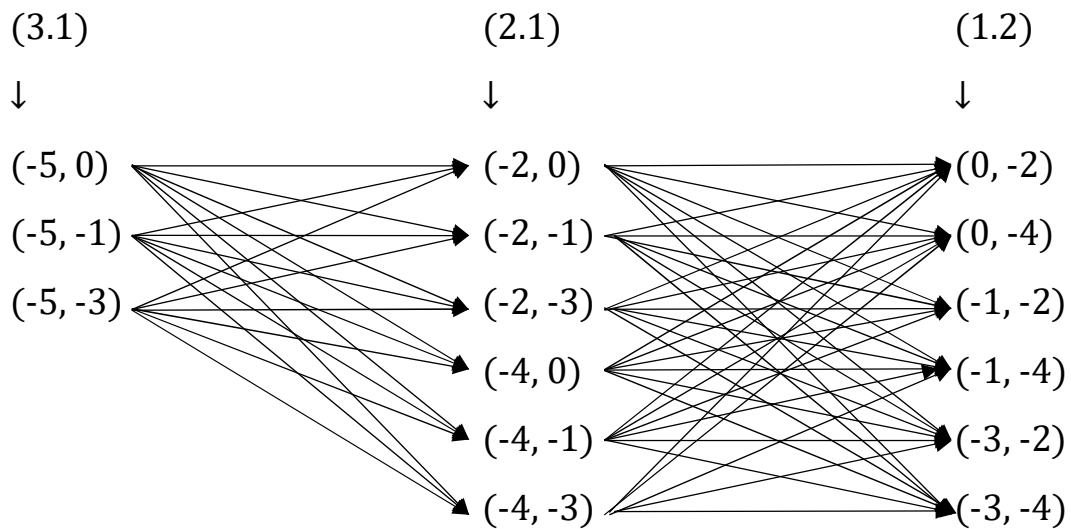
$(-2, 0)$	$\rightarrow$	(2.1)	$(-3, 0)$	$\rightarrow$	(1.1)
$(-2, -1)$	$\rightarrow$	(2.1)	$(-3, -1)$	$\rightarrow$	(1.1)
$(-2, -2)$	$\rightarrow$	(2.2)	$(-3, -2)$	$\rightarrow$	(1.2)
$(-2, -3)$	$\rightarrow$	(2.1)	$(-3, -3)$	$\rightarrow$	(1.1)
$(-2, -4)$	$\rightarrow$	(2.2)	$(-3, -4)$	$\rightarrow$	(1.2)
$(-2, -5)$	$\rightarrow$	(2.3)	$(-3, -5)$	$\rightarrow$	(1.3)

$(-4, 0)$	$\rightarrow$	(2.1)	$(-5, 0)$	$\rightarrow$	(3.1)
$(-4, -1)$	$\rightarrow$	(2.1)	$(-5, -1)$	$\rightarrow$	(3.1)
$(-4, -2)$	$\rightarrow$	(2.2)	$(-5, -2)$	$\rightarrow$	(3.2)
$(-4, -3)$	$\rightarrow$	(2.1)	$(-5, -3)$	$\rightarrow$	(3.1)
$(-4, -4)$	$\rightarrow$	(2.2)	$(-5, -4)$	$\rightarrow$	(3.2)
$(-4, -5)$	$\rightarrow$	(2.3)	$(-5, -5)$	$\rightarrow$	$(3.3),$

d.h. es läßt sich jedes Subzeichen bijektiv auf ein n-tupel von Einbettungszahlen E_n abbilden bzw., kurz gesagt, man kann auf den R-Wert verzichten, da er innerhalb des n-tupels von E_n invariant ist:

(1.1)	$\rightarrow$	$(0, 0), (0, -1), (0, -3), (-1, 0), (-1, -1), (-1, -3), (-3, 0),$ $(-3, -1), (-3, .3)$
(1.2)	$\rightarrow$	$(0, -2), (0, -4), (-1, -2), (-1, -4), (-3, -2), (-3, -4)$
(1.3)	$\rightarrow$	$(0, -5), (-1, -5), (-3, -5).$
(2.1)	$\rightarrow$	$(-2, 0), (-2, -1), (-2, -3), (-4, 0), (-4, -1), (-4, -3)$
(2.2)	$\rightarrow$	$(-2, -2), (-2, -4), (-4, -2), (-4, -4)$
(2.3)	$\rightarrow$	$(-2, -5), (-4, -5)$
(3.1)	$\rightarrow$	$(-5, 0), (-5, -1), (-5, -3)$
(3.2)	$\rightarrow$	$(-5, -2), (-5, -4)$
(3.3)	$\rightarrow$	$(-5, -5).$

So ist also etwa die Abbildung von $Z(3.1, 2.1, 1.2)$ auf $E(3.1, 2.1, 1.2)$ die Menge der im folgenden exemplarisch dargestellten Abbildungen:



Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Relationale Zahlenfelder. In: Electronic Journal for
Mathematical Semiotics, 2021

1.2.2021